

insulationäre Wärmeleitungsgleichung mit Strahlungsverlusten (1D)

$$c_p A \int_{x_1}^{x_2} (T(x, t_2) - T(x, t_1)) dx = \lambda A \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial T(x_2, t)}{\partial x} - \frac{\partial T(x_1, t)}{\partial x} \right) dt - \dot{Q}_{SB} \quad (\text{siehe (13) insulat. WGLG})$$

Stefan-Boltzmann-Strahlungsgesetz:

$$\dot{Q}_{SB} = \epsilon \cdot \sigma \cdot \underbrace{u}_{L \cdot l} \cdot (T^4 - T_u^4) \quad T_u \dots \text{Umgebungstemp.}$$

$L \cdot l$ mit $u \dots$ Umfang \wedge $l \dots$ Länge des Stabes

$T = T(x, t)$, $\epsilon \dots$ Emissionsgrad, $\sigma \dots$ Stefan-Boltzmannkonst.

beachte Stabanschnitt $\Delta x = x_2 - x_1$:

$$\dot{Q}_{SB} = \epsilon \cdot \sigma \cdot u \cdot \int_{x_1}^{x_2} (T(x, t)^4 - T_u^4) dx$$

$$dQ_{SB} = \epsilon \cdot \sigma \cdot u \cdot \int_{x_1}^{x_2} (T(x, t)^4 - T_u^4) dx dt \quad \Big| \int_{t_1}^{t_2}$$

$$Q_{SB} = \epsilon \cdot \sigma \cdot u \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} (T(x, t)^4 - T_u^4) dx dt$$

$$\Rightarrow c_p A \int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} dt dx = \lambda A \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} dx dt$$

$$- \epsilon \sigma u \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} (T(x, t)^4 - T_u^4) dx dt$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\epsilon \sigma u}{c_p A} \cdot (T(x, t)^4 - T_u^4)$$
